CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Arkusz zawiera informacje prawnie chronione do momentu rozpoczęcia egzaminu.

MMA 2017

UZUPEŁNIA ZDAJĄCY

KOD | PESEL

miejsce na naklejkę

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

POZIOM ROZSZERZONY

DATA: **9 maja 2017 r.**
GODZINA ROZPOCZĘCIA: **9:00**
CZAS PRACY: **180 minut**
LICZBA PUNKTÓW DO UZYSKANIA: **50**

UZUPEŁNIA ZESPÓŁ NADZORUJĄCY

Uprawnienia zdającego do:
- ☐ dostosowania kryteriów oceniania
- ☐ nieprzenoszenia zaznaczeń na kartę

NOWA FORMUŁA

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 18 stron (zadania 1–15). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi wpisuj w miejscu na to przeznaczonym.
3. Odpowiedzi do zadań zamkniętych (1–4) zaznacz na karcie odpowiedzi w części karty przeznaczonej dla zdającego. Zamaluj ■ pola do tego przeznaczone. Błędne zaznaczenie otocz kółkiem i zaznacz właściwe.
4. W zadaniu 5. wpisz odpowiednie cyfry w kratki pod treścią zadania.
5. Pamiętaj, że pominięcie argumentacji lub istotnych obliczeń w rozwiązaniu zadania otwartego (6–15) może spowodować, że za to rozwiązanie nie otrzymasz pełnej liczby punktów.
6. Pisz czytelnie i używaj tylko długopisu lub pióra z czarnym tuszem lub atramentem.
7. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
8. Pamiętaj, że zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.
10. Na tej stronie oraz na karcie odpowiedzi wpisz swój numer PESEL i przyklej naklejkę z kodem.
11. Nie wpisuj żadnych znaków w części przeznaczonej dla egzaminatora.

MMA-R1_1P-172

MMA 2017

W zadaniach od 1. do 4. wybierz i zaznacz na karcie odpowiedzi poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczba $\left(\sqrt{2-\sqrt{3}}-\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^2$ jest równa

A. 2 **B.** 4 **C.** $\sqrt{3}$ **D.** $2\sqrt{3}$

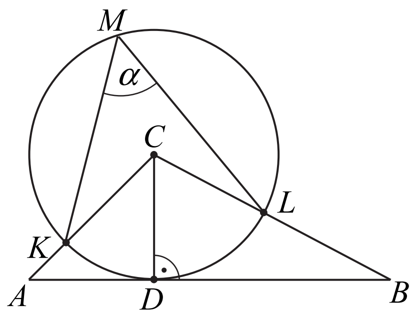
Zadanie 2. (0–1)

Nieskończony ciąg liczbowy jest określony wzorem $a_n=\frac{\left(n^2-10n\right)\left(2-3n\right)}{2n^3+n^2+3}$ dla $n\geq 1$. Wtedy

A. $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=\frac{1}{2}$ **B.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0$ **C.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\infty$ **D.** $\lim\limits_{n\to\infty} a_n=-\frac{3}{2}$

Zadanie 3. (0–1)

Odcinek CD jest wysokością trójkąta ABC, w którym $|AD|=|CD|=\frac{1}{2}|BC|$ (zobacz rysunek). Okrąg o środku C i promieniu CD jest styczny do prostej AB. Okrąg ten przecina boki AC i BC trójkąta odpowiednio w punktach K i L.



Zaznaczony na rysunku kąt α wpisany w okrąg jest równy

A. $37,5°$ **B.** $45°$ **C.** $52,5°$ **D.** $60°$

Zadanie 4. (0–1)

Dane są punkt $B=(-4,7)$ i wektor $\vec{u}=[-3,5]$. Punkt A, taki, że $\overrightarrow{AB}=-3\vec{u}$, ma współrzędne

A. $A=(5,-8)$ **B.** $A=(-13,22)$ **C.** $A=(9,-15)$ **D.** $A=(12,24)$

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 5. (0–2)

Reszta z dzielenia wielomianu $W(x)=x^3-2x^2+ax+\frac{3}{4}$ przez dwumian $x-2$ jest równa 1. Oblicz wartość współczynnika a.

W poniższe kratki wpisz kolejno trzy pierwsze cyfry po przecinku rozwinięcia dziesiętnego otrzymanego wyniku.

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*

Zadanie 6. (0–3)

Funkcja f jest określona wzorem $f\left(x\right)=\frac{x-1}{x^2+1}$ dla każdej liczby rzeczywistej x. Wyznacz równanie stycznej do wykresu tej funkcji w punkcie $P=\left(1,0\right)$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 7. (0–3)

Udowodnij, że dla dowolnych różnych liczb rzeczywistych x, y prawdziwa jest nierówność

$$x^2y^2 + 2x^2 + 2y^2 - 8xy + 4 > 0.$$

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	5.	6.	7.
	Maks. liczba pkt	2	3	3
	Uzyskana liczba pkt			

Zadanie 8. (0–3)

W trójkącie ostrokątnym ABC bok AB ma długość c, długość boku BC jest równa a oraz $|\sphericalangle ABC| = \beta$. Dwusieczna kąta ABC przecina bok AC trójkąta w punkcie E.

Wykaż, że długość odcinka BE jest równa $\dfrac{2ac \cdot \cos\frac{\beta}{2}}{a+c}$.

Zadanie 9. (0–4)

W czworościanie, którego wszystkie krawędzie mają taką samą długość 6, umieszczono kulę tak, że ma ona dokładnie jeden punkt wspólny z każdą ścianą czworościanu. Płaszczyzna π, równoległa do podstawy tego czworościanu, dzieli go na dwie bryły: ostrosłup o objętości równej $\frac{8}{27}$ objętości dzielonego czworościanu i ostrosłup ścięty. Oblicz odległość środka S kuli od płaszczyzny π, tj. długość najkrótszego spośród odcinków SP, gdzie P jest punktem płaszczyzny π.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	8.	9.
	Maks. liczba pkt	3	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 10. (0–4)

Rozwiąż równanie $\cos 2x + 3\cos x = -2$ w przedziale $\langle 0, 2\pi \rangle$.

Odpowiedź: ....

Zadanie 11. (0–4)

W pudełku znajduje się 8 piłeczek oznaczonych kolejnymi liczbami naturalnymi od 1 do 8. Losujemy jedną piłeczkę, zapisujemy liczbę na niej występującą, a następnie zwracamy piłeczkę do urny. Tę procedurę wykonujemy jeszcze dwa razy i tym samym otrzymujemy zapisane trzy liczby. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania takich piłeczek, że iloczyn trzech zapisanych liczb jest podzielny przez 4. Wynik podaj w postaci ułamka zwykłego.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	10.	11.
	Maks. liczba pkt	4	4
	Uzyskana liczba pkt		

Zadanie 12. (0–5)

Wyznacz wszystkie wartości parametru m, dla których równanie

$$4x^2 - 6mx + (2m+3)(m-3) = 0$$

ma dwa różne rozwiązania rzeczywiste x_1 i x_2, przy czym $x_1 < x_2$, spełniające warunek

$$(4x_1 - 4x_2 - 1)(4x_1 - 4x_2 + 1) < 0.$$

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	12.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 13. (0–5)

Wyznacz równanie okręgu przechodzącego przez punkty $A=(-5,3)$ i $B=(0,6)$, którego środek leży na prostej o równaniu $x-3y+1=0$.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	13.
	Maks. liczba pkt	5
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 14. (0–6)

Liczby a, b, c są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Suma tych liczb jest równa 27. Ciąg $(a-2, b, 2c+1)$ jest geometryczny.

Wyznacz liczby a, b, c.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	14.
	Maks. liczba pkt	6
	Uzyskana liczba pkt	

Zadanie 15. (0–7)

Rozpatrujemy wszystkie walce o danym polu powierzchni całkowitej P. Oblicz wysokość i promień podstawy tego walca, którego objętość jest największa. Oblicz tę największą objętość.

Odpowiedź: ....

Wypełnia egzaminator	Nr zadania	15.
	Maks. liczba pkt	7
	Uzyskana liczba pkt	

BRUDNOPIS *(nie podlega ocenie)*